

Contenido Orientativo
Matemáticas 11 EE-EA-EC, Libre Escolaridad
FACES-ULA

El siguiente documento tiene como objetivo proporcionar a los alumnos del curso de matemáticas 11, por la modalidad de libre escolaridad, un marco de referencia para las evaluaciones. Es importante aclarar que, estos no serán los problemas a evaluar, es solo una guía de los tipos de problemas que podrían salir en los exámenes.

1.- Ecuaciones e inecuaciones del tipo:

$$(2x + 1)(-3x + 5) \square 0$$

$$\frac{\frac{5}{3}x - 2}{7x + \frac{1}{8}} \square 0$$

$$6(-4x + \frac{1}{3}) \square 0$$

$$-2(5x - \frac{5}{6}) \square 0$$

$$\frac{4}{-3x+5} \square 0$$

$$\frac{7x - \frac{2}{9}}{5} \square 0$$

$$\frac{-3}{\frac{2}{3}x - 5} \square 0$$

$$\frac{-\frac{2}{15}x + \frac{2}{9}}{-3} \square 0$$

$$\frac{x^2 + 7x + 10}{x - 3} \square 0$$

$$-\frac{-x + 2}{x^2 - 7x + 12} \square 0$$

Observación: El símbolo \square se debe sustituir por los símbolos $=, <, >, \geq, \leq$.

Aplicaciones para este tema:

Problema 0.1. : Una persona invirtió 2000 Bolívares Fuertes más en una tasa al 8% que en otra tasa al 10%, y recibió un ingreso total por intereses de 700 Bolívares Fuertes por un año. ¿Cuánto invirtió en cada tasa?

Problema 0.2. : Un comerciante ofrece 30% de descuento sobre el precio marcado de un artículo, y aún así obtiene una ganancia del 10%. Si al comerciante le cuesta 35 BsF el artículo, ¿Cuál debe ser el precio marcado?

Problema 0.3. : Si un editor pone un precio de 20 Bolívares Fuertes a un libro, se venderán 20.000 copias. Por cada Bolívar Fuerte que aumente al precio se dejarán de vender 500 libros. Si el costo de producir cada copia es 16 Bolívares, ¿qué precio debe colocar el editor para que tener una utilidad de 200.000 Bolívares Fuertes?

Problema 0.4. : Un capital de 400 Dólares se invirtió en una tasa a un interés durante un año. Al final del año el capital y el interés generado se invierten en la misma tasa durante un segundo año. ¿Cuál debió ser el interés de la tasa para que al final del segundo año se haya generado la suma de 484 Dólares?

Problema 0.5. : A un fabricante le cuesta 2.000 Dólares comprar las herramientas para la manufactura de cierto artículo casero. Si el costo para el material y mano de obra es de 0,60 Dólares por artículo producido, y si el fabricante puede vender cada artículo en 0,90 Dólares, encuentre cuántos artículos debe producir y vender para tener una ganancia **no menor a** 1.000 Dólares.

Observación: En el problema anterior se tiene que cambiar la frase “**no menor a**” por frases como: **cuando mucho de, a partir de, superior a, de, que no llegue a**. Con cada una de estas frases sugeridas, surge un nuevo problema.

Problema 0.6. : El administrador de una fábrica debe decidir si deberán producir sus propios empaques, que la empresa ha estado adquiriendo de proveedores externos a 1,10 Dólares cada uno. La fabricación de los empaques incrementaría los costos generales de la empresa en 800 Dólares al mes y el costo de material y mano de obra será de 0,60 Dólares por cada empaque. ¿Cuántos empaques deberá usar la empresa al mes para justificar la decisión de fabricar sus propios empaques?

Problema 0.7. : Una compañía de bienes raíces es propietaria de 90 apartamentos, cada uno de los cuales puede ser alquilado en 350 dólares mensuales. Sin embargo, por cada 10 dólares mensuales de aumento en el alquiler se tendrán dos desocupados sin posibilidad de alquilarlos. Determine el alquiler mensual que debe cobrar la compañía para generar ingresos **no menores a** 31980 dólares mensuales.

Observación: En el problema anterior se tiene que cambiar la frase “**no menores a**” por frases como: **cuando mucho de, a partir de, superiores a, de, que no llegue a**. Con cada una de estas frases sugeridas, surge un nuevo problema.

Problema 0.8. : Un inversionista invierte 100 dólares a un interés anual del R por ciento y otros 100 dólares al $2R$ por ciento anual. Si el valor de las dos inversiones debe ser **de al menos** 224,80 dólares después de dos años, ¿qué restricciones deben establecerse sobre R ?

Observación: En el problema anterior se tiene que cambiar la frase “**de al menos**” por frases como: **cuando mucho de, a partir de, superiores a, de, que no llegue a**. Con cada una de estas frases sugeridas, surge un nuevo problema.

2.- Para el tema de rectas en el plano:

1. Calcular la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.
2. Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A y tiene pendiente m .
3. Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A y es **paralela** a la recta r .
4. Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A y es **perpendicular** a la recta r .
5. Intersección de rectas.
6. Como parte de las aplicaciones se deben estudiar modelos lineales de *oferta, demanda, costo, ingreso, beneficio, punto de equilibrio y equilibrio de mercado*.

Problema 0.9. Dados los siguientes puntos: $A(5,4)$ y $B(\frac{1}{5}, -\frac{3}{2})$ y la recta $r : -3x + 4y - 5 = 0$, determine:

- (a) La ecuación de la recta que pasa por A y B .
- (b) La ecuación de la recta que pasa por A y es paralela a r .
- (c) La ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular a r .

Problema 0.10. Un fabricante tiene costos fijos de BsF. 3.000,00 y costos variables por unidad de BsF. 25 por unidad. Encuentre la ecuación que relacione los costos con la producción. ¿Cuál es el costo de producir 55 unidades?

Problema 0.11. Una industria encuentra que puede producir 7.000 cajas de cartón a un costo de \$1.500 y 15.000 cajas a un costo de \$1.800. Suponiendo un modelo de costo-producción lineal, determine el costo fijo y los costos variables. ¿Cuál será el costo de producir 20.000 cajas?

Problema 0.12. A un precio de \$50 por tonelada, la demanda de cierto artículo es de 4.500 toneladas, mientras que la oferta es de 3.300 toneladas. Si el precio se incrementa en \$10 por tonelada, la demanda y la oferta serán de 4.400 y 4.200 toneladas, respectivamente.

(1) Suponiendo linealidad, determine las leyes de la oferta y la demanda.

(2) Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio.

Problema 0.13. Una compañía tiene costos fijos de \$2.500 y costos variables de \$20 por unidad. Determine la ecuación de costo suponiendo que es lineal.

Si cada artículo se vende a \$30, determine el punto de equilibrio.

Problema 0.14. La compañía Calzados Manacho fabrica zapatos para los cuales el costo del material es de \$ 0,80 por par y el costo de mano de obra es de \$ 0,90 por par. Hay costos adicionales por par de \$ 0,30. Los costos fijos son de \$ 70.000,00. Si cada par se vende a \$ 2,50, ¿cuántos pares deben venderse para que la compañía llegue al equilibrio?

Problema 0.15. Las ecuaciones de oferta y demanda para cierto producto son

$$O : 3x - 200p + 1800 = 0$$

$$D : 3x + 100p - 1800 = 0$$

respectivamente, donde p representa el precio por unidad en BsF. y x el número de unidades por precio.

1. Determine el punto de equilibrio.

2. Encuentre el precio de equilibrio cuando se fija un impuesto de 27 céntimos por unidad al proveedor.

Problema 0.16. Suponga que los clientes demandarán 40 unidades de un producto cuando el precio es de \$12,00 por unidad, y 25 unidades cuando el precio es de \$18,00 cada una. Encontrar la ecuación de la demanda, suponiendo que es lineal, y el precio por unidad cuando 30 unidades son requeridas.

Problema 0.17. El concesionario de una gasolinera paga \$150,00 de alquiler semanal y \$30,00 de impuestos por el mismo período. Por cada litro de gasolina que vende recibe \$ 0,03 de la compañía petrolera propietaria de la gasolinera.

1. Suponiendo que en promedio cada automóvil compra 25 litros de gasolina, exprese la utilidad semanal U como una función de x , donde x representa el número de automóviles que visitan la gasolinera a la semana.
2. ¿Cuántos automóviles deben visitar la gasolinera en una semana para que el concesionario no tenga ni pérdidas ni ganancias?

Problema 0.18. Una empresa alquila maquinaria por días, en este momento tiene una oferta para captar clientes, los dos primeros días, la empresa cobra BsF. 60,00 y por cada día adicional a partir del tercer día, la compañía cobra BsF. 40,00. Exprese el costo y_c de la factura en términos de x , donde x representa el número de días que alquilarán la maquinarias. ¿Con la ecuación anterior, determine cuánto cuesta alquilar la maquinaria por 27 días?

Problema 0.19. Una empresa turística ofrece paseos a la playa a grupos de personas a un costo de BsF. 1.200,00 por persona, más un cargo extra de BsF. 25.000,00. Encuentre el costo y_c que fijaría la compañía por x personas. ¿Cuánto cuesta un paquete turístico para 32 personas?, ¿cuál es el costo por persona en un grupo de 40 personas?

3.- Para el tema de funciones:

Dominio, imagen y gráficas de funciones $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = |x|$, $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = \ln(x)$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$ y $f(x) = e^x$.

Determinar la imagen y la gráfica de funciones por partes, como por ejemplo:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & x < 1 \\ 1 - x, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5, & x \leq 0 \\ 3 - x, & x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{5}x^2 - 3x + \frac{1}{2}, & x \leq 2 \\ 3 - \frac{x}{2}, & x > 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} -4x^3 + 2x - 1, & x \leq 0 \\ -1 - x + 4x^2, & x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x, & 1 < x < 2 \\ \frac{1}{2}x + 1, & x \geq 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ -1, & 0 < x < 2 \\ 3 - x, & x > 2 \end{cases}$$

Cálculo del dominio de una función, como por ejemplo:

$$f(x) = (2x + 1)(-3x + 5)$$

$$g(x) = \frac{2x+1}{-3x+5}$$

$$h(x) = \frac{\frac{5}{3}x-2}{7x+\frac{1}{8}}$$

$$f(x) = \frac{10}{x^2-7}$$

$$g(x) = 6(-4x + \frac{1}{3})$$

$$h(x) = -2(5x - \frac{5}{6})$$

$$f(x) = \frac{4}{-3x+5}$$

$$g(x) = \frac{7x-\frac{2}{9}}{5}$$

$$h(x) = \frac{-3}{\frac{2}{3}x-5}$$

$$f(x) = \frac{-\frac{2}{15}x+\frac{2}{9}}{-3}$$

$$g(x) = \frac{x^2+7x+10}{x-3}$$

$$h(x) = -\frac{-x+2}{x^2-7x+12}$$

$$f(x) = \sqrt{(2x + 1)(-3x + 5)}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{-3x+5}}$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{\frac{5}{3}x-2}{7x+\frac{1}{8}}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{10}{x^2-7}}$$

$$g(x) = \sqrt{6(-4x + \frac{1}{3})}$$

$$h(x) = \sqrt{-2(5x - \frac{5}{6})}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{4}{-3x+5}}$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{-3}{\frac{2}{3}x-5}}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^2+7x+10}{x-3}}$$

$$f(x) = \ln((2x+1)(-3x+5))$$

$$h(x) = \ln\left(\frac{\frac{5}{3}x-2}{7x+\frac{1}{8}}\right)$$

$$g(x) = \ln(6(-4x + \frac{1}{3}))$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{4}{-3x+5}\right)$$

$$h(x) = \ln\left(\frac{-3}{\frac{2}{3}x-5}\right)$$

$$g(x) = \ln\left(\frac{x^2+7x+10}{x-3}\right)$$

$$f(x) = e^{-3x+5}$$

$$h(x) = e^{\left(\frac{\frac{5}{3}x-2}{7x+\frac{1}{8}}\right)}$$

$$g(x) = e\sqrt{-4x+\frac{1}{3}}$$

$$f(x) = e\sqrt{\frac{4}{-3x+5}}$$

$$h(x) = e\sqrt{\frac{-3}{\frac{2}{3}x-5}}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^2+7x+10}}{\ln(x-3)}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{7x-\frac{2}{9}}{5}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{-\frac{2}{15}x+\frac{2}{9}}{-3}}$$

$$h(x) = \sqrt{-\frac{-x+2}{x^2-7x+12}}$$

$$g(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{-3x+5}\right)$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{10}{x^2-7}\right)$$

$$h(x) = \ln(-2(5x - \frac{5}{6}))$$

$$g(x) = \ln\left(\frac{7x-\frac{2}{9}}{5}\right)$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{-\frac{2}{15}x+\frac{2}{9}}{-3}\right)$$

$$h(x) = \ln\left(-\frac{-x+2}{x^2-7x+12}\right)$$

$$g(x) = e^{\left(\frac{2x+1}{-3x+5}\right)}$$

$$f(x) = e^{\left(\frac{10}{x^2-7}\right)}$$

$$h(x) = e\sqrt{-2(5x-\frac{5}{6})}$$

$$g(x) = e\sqrt{\frac{7x-\frac{2}{9}}{5}}$$

$$f(x) = e\sqrt{\frac{-\frac{2}{15}x+\frac{2}{9}}{-3}}$$

$$h(x) = -\frac{\ln(-x+2)}{\sqrt{x^2-7x+12}}$$

Dadas las siguientes funciones:

$$f(x) = x$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^3$$

$$f(x) = x - 5$$

$$f(x) = x + \frac{2}{3}$$

$$f(x) = -x - 8$$

$$f(x) = x^2 + 7$$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f(x) = -x^2 - 4$$

$$f(x) = x^3 - 9$$

$$f(x) = -x^3 + 5$$

$$f(x) = x^3 - x$$

$$f(x) = x^3 - x^2 + 2$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$$

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 5x + 3$$

Calcular

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en cada punto donde se indica y además dibuje la gráfica de cada función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & x < 2 \\ x^3, & x \geq 2 \end{cases} \quad x = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & x < 2 \\ x^3, & x \geq 2 \end{cases} \quad x = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & x < 2 \\ 5, & x = 2 \\ x^3, & x > 2 \end{cases} \quad x = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad x = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1}, & x \neq -1 \\ -2, & x = -1 \end{cases} \quad x = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & x < 0 \\ 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases} \quad x = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ 0, & x = 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases} \quad x = 1$$

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ x^3, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \quad x = \pm 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 1 \\ 1, & 1 \leq x < 2 \\ x, & x \geq 2 \end{cases} \quad x = 0, 1, 2$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & x < -1 \\ 3, & x = -1 \\ 2-x, & -1 < x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$$